

Fraktális dinamika analízise egzakt és valós jeleken

Doktori tézisek

Dr. Nagy Zoltán

Semmelweis Egyetem
Elméleti Orvostudományok Doktori Iskola



Témavezető:

Dr. Eke András, Ph.D., egyetemi docens

Hivatalos bírálók:

Dr. Osváth Szabolcs, Ph.D., tudományos főmunkatárs

Dr. Galajda Péter, Ph.D., tudományos főmunkatárs

Szigorlati bizottság elnöke:

Dr. Csermely Péter, az MTA levelező tagja, egyetemi tanár

Szigorlati bizottság tagjai:

Dr. Karlinger Kinga, Ph.D., tudományos főmunkatárs

Dr. Tél Tamás, az MTA doktora, egyetemi tanár

Budapest

2018

1. BEVEZETÉS

Több skálát átfogó hiperkomplex agyunkat megközelítőleg 10^{11} önmagában is komplex idegsejt, és egyenként körülbelül tízezer szinaptikus kapcsolata hozza létre, kialakítva a billiárdnyi szinaptikus kapcsolattal rendelkező agyi ideghálózatot, a konnektomot. Ezen komplex strukturális kapcsolatrendszeren belül az idegsejtek működése átmenetileg szinkronizálódhat, összekapcsolódhat, kialakítva a térben komplex funkcionális konnektivitást és ennek időbeli vetületét, a komplex neurodinamikát, illetve a neurovaszkuláris csatolás révén a komplex haemodinamikát. Az idegsejtek afferenciációs funkcionális kapcsolatai révén meghajtott neurodinamika a lokális mezőpotenciál-alapú, szinaptikus aktivitás által döntő mértékben meghatározott elektroencefalográfia (EEG) módszerével vizsgálható. A neurovaszkuláris egység révén kapcsolt hemodinamika a közeli infravörös spektroszkópia (NIRS), vagy a funkcionális mágneses magrezonancia képalkotás vér-oxigénszint-függő (fMRI-BOLD) eljárásával tanulmányozható. Az így mintavételezett jelek mint számos más anatómiai struktúra vagy élettani folyamat, skálafüggetlen, azaz fraktális szerkezetűek, mely a komplexitás egyik megnyilvánulása csakúgy, mint a kisvilágosság, a modularitás, vagy a kritikalitás.

A fraktálok térbeli vagy időbeli érdekessége a skálafüggetlen tulajdonságot leíró hatványtörvény jellegű összefüggés kitevőjével – pl. a Hurst-kitevő (H) segítségével – jellemezhető. A skálafüggetlen folyamatok a skálázási kitevő alapján osztályozhatók, miszerint a $0 < H < 1$ eset jellemzi a stacioner fraktális zaj (fGn), a $1 < H < 2$ eset pedig az nem-stacioner fraktális bolyongás (fBm) osztályát. A skálafüggetlenség időbeli stabilitása alapján a fraktális jelek mono- és multifraktálokra oszthatók. Monofraktálok esetén egyetlen skálafüggetlen tulajdonság határozza meg a jel értékeit az első ponttól az utolsó pontig, azaz a Hurst-kitevő elégséges a jel fraktalitásának „globális”, monofraktális jellemzésére. Multifraktálok esetén a skálafüggetlen szerveződés pillanatszerűen lefelé fel, az idő előrehaladtával ezen tulajdonság folyamatosan formálódik, azaz lokálisan más-más fraktális struktúra alakul ki. Ezen lokális tulajdonságokat (szingularitásokat) a fraktális dimenziók eloszlásával, az úgynevezett szingularitási (Mandelbrot) spektrummal, $D(h)$, jellemezhetjük, mely indirekt módszerrel a skálázási, a regressziós és a szingularitási analízis egymást követő lépéseiben számolható.

Multifraktálok esetén a statisztikai momentumok (q) tartománya szükséges a skálafüggetlenség heterogenitásának jellemzéséhez. A skála és helyfüggő statisztikai jellemző a mérték q -kitevőjű hatványközepe, a skálázási függvény, $S(q,s)$, melyből regresszió révén számolható az általánosított Hurst-kitevő, $H(q)$. A $H(q)$ függvényből a multifraktális formalizmus révén a lokális érdekességet tükröző paraméter, a Hölder-kitevő, valamint a multifraktális spektrum számolható. A momentumok által torzított skálázási függvény nemcsak momentumonként skálafüggetlen – ami a fraktális analízis alapfeltétele – hanem más szerkezeti szabályosságok is jellemzik, mint a momentum menti monotonitás és a jelhossznál (N) vett momentumfüggetlen határérték, a fókusz, azaz $S(N)$. A jelheterogenitás miatt ez a struktúra és így a $H(q)$ -monotonitás megbomolhat, ami törött szingularitási spektrumhoz vezet. Az ilyen jelheterogenitás egyik specifikus esete a multimodalitás.

Számos természeti folyamat rendelkezik skálafüggetlen felépüléssel, míg más hatások skálafüggő módon felfordulhatnak ezt az időbeli fraktális struktúrát, kialakítva annak multimodális jellegét. Ezen utóbbi kategóriában élettani jelenségeket is találunk, mint pl. rendszerek közötti információátvitel, vagy egyidejű folyamatok szuperpozíciója.

Habár már korábban kimutatásra került, hogy a multimodalitás a hierarchikusan szervezett multifraktális szerkezetet a skálák mentén eltérő mértékben penetrálhatja, ezt a körülményt az eddig alkalmazott módszerek figyelmen kívül hagyták. Így az irodalomban aranyértékként tekintett, ún. szegmentált szakaszok regressziójának módszere, annak multifraktális kiterjesztésekor újragondolásra szorul. Ehhez szükséges a q -függő töréspontok számítása, miközben rögzített q -független fókuszokkal biztosítjuk az ideális multifraktális szerkezetnek megfelelő regressziós sémát. Ebben az esetben a töréspont valóban pontszerűen választja el a szomszédos skálafüggetlen szakaszokat egymástól. A másik megközelítés, jelszintű összegzést hipotetizálva, két külön teljes értékű skálázási függvényt feltételez, melyek átfogják a mintavétel által biztosított teljes skálázási tartományt. A keresztiskálák ekkor definíciószerűen ezen egzakt skálázási függvények metszéspontjaiként adódnak.

2. CÉLKITŰZÉSEK

2.1. Multifraktális és multimodális elemzési keretrendszer kidolgozása

A fraktális eszköztár az elmúlt évtizedben jelentősen bővült, felmutatva számos releváns alkalmazási területet. Mégis az empirikus jelek által felvetett problémák (pl.: torzult multifraktális spektrum, vagy multimodális skálázási függvények), melyek a módszertan alapozásakor az egzakt matematikai és statisztikus fizikai keretek között még nem jelentkeztek, további fejlesztéseket tesznek szükségessé. Ezért egyik legfontosabb célkitűzésem, a már meglévő fraktális módszerek empirikus jeleken történő alkalmazását megelőzően, olyan fraktális eszköztár fejlesztése volt, mely az empirikus jelek analízise során felmerült buktatókat megfelelően kezeli.

2.2. Az SSC-módszer multifraktális és multimodális kiterjesztése

A munkacsoportunk által korábban bevezetett monofraktális „signal summation conversion” SSC-módszertan kiterjesztését tekintettem legfőbb feladatommak i) multifraktális (a klasszikus MF-SSC és a fókuszalapú FMF-SSC) ii) és multimodális multifraktális (a momentumfüggő adaptív qSRA-FMF és a dekomponáló SFD-FMF) esetekre.

2.2.1. MF-SSC-módszer kidolgozása

Számos élettani jelenség multifraktális szerveződését bizonyították, ezért egy jelenség csupán monofraktális leírását a témakör részleges körbejárása miatt a szakirodalom mára már meghaladta. A tisztán monofraktális módszerek az általuk nyújtott módszerspecifikus előnyök ellenére túlhaladottá váltak. Céloom ezért a monofraktális SSC-módszert kiterjesztése volt, a hozzá hasonló megközelítésű multifraktális „detrended fluctuation analysis”, MF-DFA-módszer analógiájára.

2.2.2. FMF-SSC-módszer kidolgozása

A multifraktális elemzés végső eredményének számító multifraktális spektrum hagyományos indirekt fraktális módszer alkalmazásakor, főként empirikus jelek esetén, torzult eredményre vezet. Céloom az MF-SSC-módszer kidolgozásával ezen buktató kiküszöbölése volt, figyelembe véve és kihasználva i) a skálázási függvények strukturális jellemzőit, mint a skálázási függvény jelhossznál vett határértékét (a fókusz) és ii) a $H(q)$ -monotonitását.

2.2.3. qSRA-FMF-SSC-módszer kidolgozása

A multimodalitás és multifraktalitás együttes kezelésére a szakirodalom nem nyújt megoldást, hiszen a multimodalitás a momentumokat különböző skálákon penetrálja, tehát egyetlen momentum vizsgálata nem elégséges. Célom a multimodális és egyúttal multifraktális jelek elemzése volt, az aranyértéknek számító szegmentált regressziós egyenesek átalakított módszerével.

2.2.4. SFD-FMF-SSC-módszer kidolgozása

A multimodalitás kialakulásáért, a skálázási függvény megtöréséért, skálafüggő hatások tehetők felelőssé. Élettani jelek esetében, ebben i) az átviteli függvények és ii) a jelek (fraktálok) közös mintavételezésének szerepe a legmeghatározóbb. Élettani folyamatok tetten érhetők mind skálafüggetlen, mind skálafüggő struktúrákban, mely esetek elkülönítését és leírását tűztem ki célul.

2.3. A kiterjesztett SSC-módszerek „in silico” és „in vivo” validálása.

3. MÓDSZEREK

Bevezetett új módszereink tesztelésére, Matlab 2012a (The MathWorks, Inc., Natick, MA, USA) fejlesztői környezetben végzett numerikus kísérleteken túl, módszereink élettani relevanciájának bizonyítására irodalmi empirikus jeleket is alkalmaztunk. A felhasznált humán mérések egészséges, éber, önkéntes alanyokon a frontális kérget vizsgálták. A humán NIRS teljes haemoglobin idősorok a frontális kéreg fölé helyezett optóddal, 2 Hz mintavételi frekvenciával, $N=16384$ adatpontban, NIRO 500 Cerebral Oxygen Monitor-ral (Hamamatsu Photonics, Hersching, Germany) kerültek rögzítésre. Humán EEG-jelek véletlenszerű kézmozgás során, 500 Hz mintavételi frekvenciával, $N=16384$ adatpontban, Neurofax EEG-rendszerrel kerültek rögzítésre. A patkány fMRI-BOLD-méréseket sequential sampling gradient echo planar imaging (EPI) protokollal, (echo-idő 13ms) 5 Hz mintavételi frekvenciával, $N=4096$ adatpontban, 11,7T horizontális spektrométerrel (Bruker AVANCE, Billerica, MA) végeztük felszíni 1,4 cm átmérőjű 1H tekercs alkalmazásával. A szkennelt terület 64×64 voxel, ahol 1 voxel mérete $400 \times 400 \times 2000 \mu\text{m}^3$ volt.

Az új egységesített multimodális és multifraktális elemzési keretrendszer magában foglalja számos korábbi fraktális (SWV, SSC, DFA) és multifraktális (MFDFA, MFDMA, WTMM, WL) eljárás elemeit. A monofraktális időtartománybeli eljárás a „scaled windowed variance” (SWV) módszer, ahol a statisztikai mérték a szórás (σ). Az eljárás előkezelt ablakokban határozza meg a szórást, mely növeli az analízis pontosságát [1]. A jelelőkezelés módja szerint megkülönböztetjük a „line” és a „bridge detrended” módszereket. A trendeltávolítás ezen esetekben a vizsgált ablakon belül i) az első esetben a teljes szakaszra, ii) utóbbi esetben a szakasz végpontjaira illesztett egyenes jeltől történő kivonásának eredményeként adódik. Az előkezelés a jelosztály azonosságát és megfelelő korrekcióját is magában foglalhatja. Ezen alapszik az Eke és mtsai által kifejlesztett „signal summation conversion” (SSC) módszertan, melyre az értekezésemben bemutatásra kerülő módszerek is épülnek.

4. EREDMÉNYEK

4.1. Elméleti eredmények

A szórás és a skálázási függvény kapcsolatát, valamint a variancia additív tulajdonságát felhasználva a multimodális szuperpozíció, a multifraktális fázisátalakulás és a fraktális keresztkorreláció modellezhetővé válik.

4.1.1. A skálázási függvények szuperpozíciója

A skálázási függvények szuperpozíciója alapvető szabályszerűségeken alapszik, mely a varianciák összegzésének törvényszerűségéből ($\text{Var}[X+Y]=\text{Var}[X]+\text{Var}[Y]+2*\text{Cov}[X,Y]$), a kovarianciát a Pearson-féle keresztkorrelációs együtthatóval kifejezve ($\text{Cov}[X,Y]=r*\text{Var}[X]*\text{Var}[Y]$) levezethető, hiszen az SSC-módszer skálázási függvényének négyzete nem más, mint egy átlagos szórásnégyzet, pontosabban a szórásnégyzetek hatványközepe. Azaz fraktálok (${}^n X_i$ és ${}^f X_i$) összegzése esetén:

$$S[{}^n X_i + {}^f X_i](q, s) =$$

$$\sqrt{S[{}^n X_i](q, s)^2 + S[{}^f X_i](q, s)^2 + 2 \times r[{}^n X_i, {}^f X_i](q, s) \times S[{}^n X_i](q, s) \times S[{}^f X_i](q, s)}.$$

Az összefüggésben szereplő keresztkorrelációs koefficiens révén a korrelált, az antikorrelált és a korrelálatlan jelek esetén az összefüggés egyszerűsödik. Különböző fraktalitású jelek szuperpozíciója esetén a korrelálatlanságot feltételezve a komponensek jelszintű összegének skálázási függvénye megegyezik a komponensek skálázási függvényei négyzetösszegének négyzetgyökével:

$$S \left[\sum_{c=1}^{N_c} {}^c X_i \right] (q, s) = \sqrt{\sum_{c=1}^{N_c} S[{}^c X_i](q, s)^2}.$$

Ez nem más, mint Bienaymé-formula, mely a fókusz valamint monofraktális esetben belátható, további alkalmazási feltétele pedig a kapott alacsony q -függő hiba segítségével igazolható. Az összefüggés nemcsak az empirikus skálázási függvényre érvényes, de alkalmazható a skálafüggő és skálafüggetlen paraméterek segítségével iterált egzakt skálázási függvények összegzésére is, mely alapja lehet a multimodális jel komponenseinek skálázási függvény-szintű dekomponálásának.

4.1.2. Multifraktális fázisátalakulás

Egyes esetekben két fraktál szuperpozíciója eredményeként, a vizsgált skálázási tartományban, a fraktális komponensek dominanciaváltása keresztskála – azaz látszólag multimodális skálázási függvény – megjelenése nélkül, a momentumok mentén figyelhető meg. Ezen esetekben a multifraktális spektrum tipikusan aszimmetrikus, mely jelenség a Bienaymé-formula alapján modellezhető. Az aszimmetrikus $D(h)$ – a multifraktális formalizmus és az egyensúlyi statisztikus termodinamika közötti analógia alapján – a fázisátalakulás megnyilvánulásaként is felfogható. Jelentősége az a feltevés, hogy a komplexitás a rendszerben fázisátalakulás kritikus pontja környékén jelenik meg. Ez a modell feltételezi a szuperponált particiók függvények egy kritikus q alatti és feletti egymásra hatásának elhanyagolható mértékét, mely igaz marad a skálázási függvény $\tau(q)$ - és $D(h)$ -értékekre is. Vegyük észre, hogy azonos feltételezéssel élve a Bienaymé-formula is azonos eredményt ad:

$$S_{\text{superimposed}} \approx \sqrt{{}^n S^2 + 0} = {}^n S, \text{ ha } q < q_{\text{kritikus}} \text{ és}$$

$$S_{\text{superimposed}} \approx \sqrt{0 + {}^f S^2} = {}^f S, \text{ ha } q > q_{\text{kritikus}}.$$

4.1.3. Fraktális keresztkorreláció

A jelen belüli korreláción túl, a jelek közötti kapcsolatok erősségének jellemzése is elengedhetetlen a komplex folyamatok mélyreható jellemzéséhez, például a választott mérőmódszertől (EEG, fMRI és NIRS) függően a funkcionális konnektivitás vizsgálatához, vagy a különböző modalitások közötti kapcsolat feltárásához. Ebben az esetben az egyik legáltalánosabban használt mérőszám a kapcsolati erősség megmagadására a Pearson-féle korrelációs együttható, r , mely egyben a statisztikai összehasonlítás alapja is. Fraktálok esetén egyetlen korrelációs együttható használata nem elegendő, hiszen az egyes skálafüggetlen és skálafüggő hatások más-más skálákon juthatnak érvényre, azaz a keresztkorreláció meghatározása szintén skálák mentén kellene hogy történjék. Ez megvalósítható a fraktális szuperpozíció Pearson-féle korrelációs együtthatót is magában foglaló egyenletének átrendezésével:

$$r[^n X_i, ^f X_i](2,s) = \frac{S[^n X_i + ^f X_i](2,s)^2 - S[^n X_i](2,s)^2 - S[^f X_i](2,s)^2}{2 \times S[^n X_i](2,s) \times S[^f X_i](2,s)}.$$

4.2. Módszertani eredmények

Kidolgoztunk egy multifraktális és multimodális elemzési keretrendszert (lásd „A multifraktális analízis átfogó stratégiája” című ábrát, lásd a 9. oldalon). Munkacsoportunk által korábban bevezetett monofraktális SSC-módszertant kiterjesztettük és validáltuk multifraktális (MF-SSC és FMF-SSC) és multimodális multifraktális (qSRA-FMF és SFD-FMF) esetekre.

4.2.1 MF-SSC-módszer

A monofraktális SSC-módszer esetén a jel előkezelése után, a jel mentén, nem-átfedő ablakokban meghatározzuk a szórás értékét, melyet különböző méretű skálákon megismételünk. A szórás esetünkben nem más, mint módszerünk mértéke (μ). A széles körben elterjedt MF-DFA-módszer esetén a mérték skálázási függvényre alakításához alkalmazott konverziós egyenletben megjelenik a fluktuációnégyzet, melyet a szerzők varianciával azonosítanak, így a szórásnégyzet és variancia egyenlőségéből a skálázási függvény SSC-alapon is számolható:

$$S[X_i](q, s) = \left(\frac{1}{N_v} \sum_{v=1}^{N_v} \sigma(v, s)^q \right)^{1/q},$$

ahol v az s méretű ablak pozíciójára és N_v ilyen méretű nem-átfedő ablakok számára utal. Ezen egyenlet alapja a skálázási függvény módszerfüggetlen meghatározásának is:

$$S[X_i](q, s) = \left(\frac{1}{N_v} \sum_{v=1}^{N_v} \mu(v, s)^q \right)^{1/q}.$$

A skálázási függvényből determinisztikus lépéseken keresztül megkaphatjuk a szingularitási spektrumot, mely esetünkben az fGn/fBm keretrendszer visszacsatoló körének kivételével megegyezik az MF-DFA módszer megfelelő algoritmusával, amely magában foglalja mind a regressziós, mind a szingularitás analízist.

Módszerünket „in silico” jeleken teszteltük és a MF-DFA módszerrel szemben validáltuk. A kétutas, nem-parametrikus Friedman-teszt alapján a két módszer pontossága nem különbözik. Az MF-SSC-módszer előnye mégis a megtartott jelosztályozásban nyilvánul meg.

4.2.2 FMF-SSC-módszer

A regressziós sémába beépített momentum-független fókusz segítségével megalkottuk a fókuszalapú multifraktális SSC-módszert. A hagyományos módszerek esetén alkalmazott regressziós egyenesek, azaz egzakt monofraktális struktúra momentumonkénti illesztése helyett, FMF-SSC módszer esetén egzakt multifraktális struktúrát illesztünk az empirikus skálázási függvénycsaládra. A skálafüggő fókusz és a skálafüggetlen skálázási kitevők iterálásával az SSE globális minimum helye meghatározható. Azaz az alkalmazott legkisebb négyzetek módszerének egyenlete:

$$SSE = \sum_{q=q_{\min}}^{q_{\max}} \sum_{s=s_{\min}}^{s_{\max}} \left((\log s - \log N) \times \hat{H}[X_i](q) + \log \hat{S}[X_i](N) - \log S[X_i](q, s) \right)^2.$$

Az így kapott $H(q)$ függvény mind a jelosztályozás és mind a szingularitási analízis bemeneti paramétere.

Az irodalomban elterjedt indirekt multifraktális algoritmusok hátránya, hogy a Legendre-transzformáció során a heterogén jel a szingularitási spektrumot megtöri, így a $D(h)$ -függvény a fraktális dimenzió eloszlását nem tudja megragadni. Az FMF-SSC-módszer a regressziós sémába beépített momentum-független fókusz által biztosítja a monotonitást, így zárva ki a tört szingularitási spektrum kialakulását. Az FMF-SSC-módszer az MF-SSC-eljárással összevetve kétutas, nem-parametrikus Friedman-teszt alapján mind a korreláció, mind a multifraktalitás becslésében (fGn- és fBm-jelek esetén is) azonosnak bizonyult.

4.2.3 qSRA-FMF-SSC-módszer

A multimodalitás a hierarchikusan szervezett multifraktális szerkezetet eltérő skálákon penetrálhatja. Ezen alapvető és ismert szabályszerűséget a szakirodalomban általánosan használt módszerek eddig figyelmen kívül hagyták. A momentumfüggő töréspontok és keresztskálák miatt, a szegmentált egyenesek módszerének multifraktális kiterjesztésével megalkottuk és validáltuk a qSRA-FMF-SSC-módszert. A multimodalitás valóban multifraktális kezelése megkívánja i) a töréspontok q -menti azonosítását, ii) a töréspontok által elválasztott azonos skálafüggetlen folyamathoz tartozó momentumfüggő skálázási tartományok elemzését fókuszalapú regressziós módszerrel és iii) a modalitások elkülönített osztályozását. Ezen szempontokat figyelembe véve megalkottuk a qSRA-FMF-módszercsaládot és a qSRA-FMF-SSC-módszert. A módszer, a skálázási analízis révén számolt skálázási függvényen, a szegmentált egyenesek módszerével momentumonként azonosítja a töréspontot. A kapott momentumonként változó skálázási tartományokban, a feltételezhetően azonos jelenség által dominált skálázási függvényre alkalmazza az FMF-SSC-módszert.

A qSRA-FMF-SSC-módszer szintetizált tesztjeleken, közel ideális töréspont-elhelyezkedés esetén bizonyult a legjobbnak, amikor a töréspont a rendelkezésre álló SR közepéhez közeli elhelyezkedése esetén mindkét modalitás, minden momentumban megfelelően érvényre jut. A módszer a skálafüggő hatástól függetlenül is alkalmazható. Alkalmazásának előfeltétele csak a skálázási tartományok skálafüggetlensége. Ez a kritérium általában nem teljesül, mivel a multimodális skálázási függvény eltérhet a szegmentált egyenesek modelljétől, lásd példának az additív modellt, vagy az ún. kizárási tartományt. Azaz – bár a módszer a multifraktális paraméterek (esetleg a keresztskálák) elfogadható becslésében gyakorlati haszonnal jár – skálafüggetlen szakaszok hiányában a szegmentált regressziós egyenesek módszerének elméleti alkalmazhatósága mégis megkérdőjelezhető.

4.2.4 SFD-FMF-SSC-módszer

A skálázási függvények Bienaymé-formula-alapú összegezhetőségét kihasználva, a skálázási függvényeket, elkülönülő skálafüggetlen szakaszok helyett ismert fókuszú és $H(q)$ -függvényű egzakt skálázási függvények (azaz logskála diagramon adott fókuszban találkozó egyenesek) összegével illeszthetjük. Ezen esetben az alkalmazott legkisebb négyzetek módszerének egyenlete:

$$\hat{S}^{[n]X_i}(q, s) = \exp\left((\log s - \log N) \times \hat{H}^{[n]X_i}(q) + \log \hat{S}^{[n]X_i}(N)\right),$$

$$\hat{S}^{[f]X_i}(q, s) = \exp\left((\log s - \log N) \times \hat{H}^{[f]X_i}(q) + \log \hat{S}^{[f]X_i}(N)\right),$$

$$SSE = \sum_{q=q_{\min}}^{q_{\max}} \sum_{s=s_{\min}}^{s_{\max}} \left(\log \sqrt{\hat{S}^{[n]X_i}(q, s)^2 + \hat{S}^{[f]X_i}(q, s)^2} - \log S[X_i](q, s) \right)^2.$$

Ezen megközelítésre alapozva kifejlesztettük és validáltuk az ún. skálázási függvényt dekomponáló SFD(-FMF) módszer családot, melynek különösen fontos eleme az SFD-FMF-SSC-módszer, hiszen az SSC és a Bienaymé-formula egyaránt szórásalapú megközelítés.

4.2.5 Additív jelszintézis azonosítása

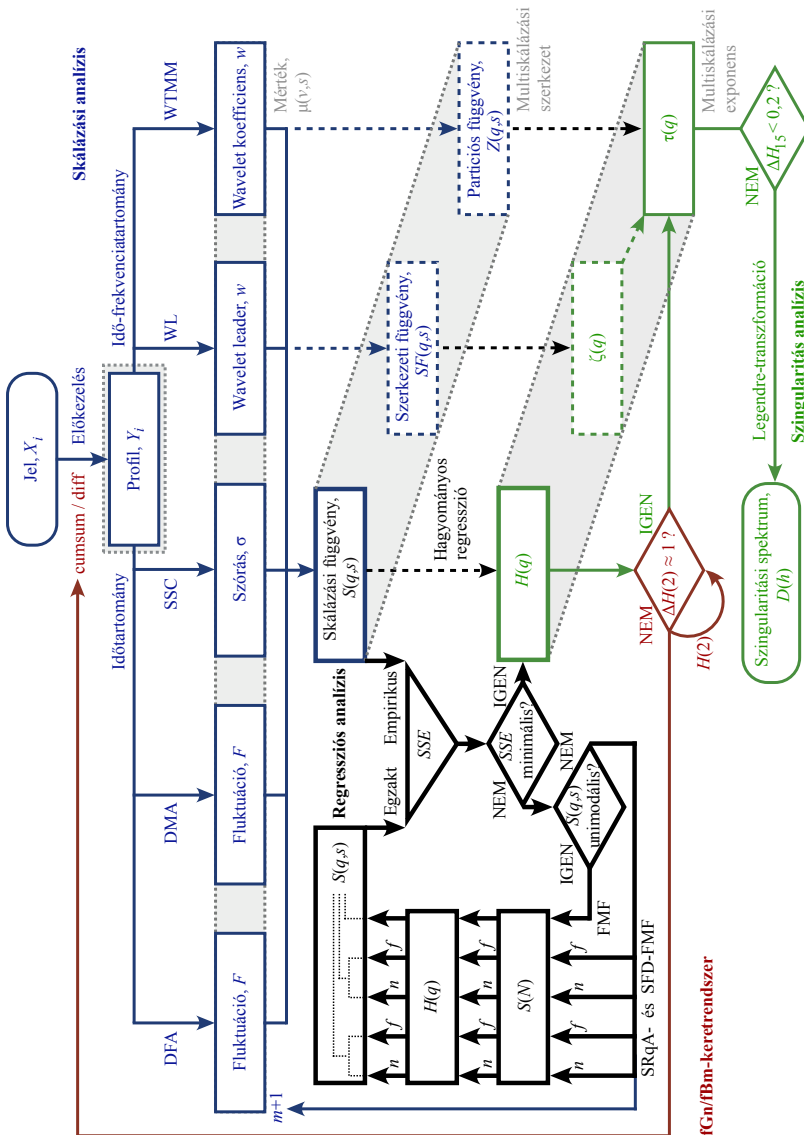
Bemutattuk, hogy a qSRA és SFD párhuzamos alkalmazásával MSE-alapon a fraktálok szuperpozíciója azonosítható. EEG-, NIRS- és fMRI-BOLD-jelek esetén is additív modellt, keresztiskála-alapú multimodalitást találtunk. Így módszerünket in vivo sikeresen validáltuk.

Mivel a qSRA- és SFD-alapú regresszió esetén az iterált paraméterek száma megegyezik $-2 \times H(q)$ és $2 \times S(N)$ – ezért MSE-értékük korrekció nélkül összehasonlítható. MSE alacsonyabb szintje SFD-módszer esetén a qSRA-módszerrel összevetve a skálafüggő multimodalitás additív eredetére utal. Mivel tesztjeleink additív eredetűek, ezért SFD-módszerünk érzékenysége a két módszer (qSRA és SFD) MSE-értékeinek összehasonlítása alapján megállapítható volt (73%).

4.3. Élettani eredmények

EEG- és NIRS- és fMRI-BOLD -jeleink egy, a magas frekvenciákat domináló multifraktális zaj és egy az alacsony frekvenciákat uraló korreláltabb multifraktál összege. Azaz még a hemodinamika jelek esetén is szuperpozíció skálamenti megnyilvánulását és nem a hemodinamikai válaszfüggvény, azaz egy aluláteresztő szűrő lenyomatát találtuk. A NIRS- és fMRI-BOLD-jelek keresztiskálája és a konnektivitási analízisben alkalmazott alacsony frekvenciájú fluktuáció (LFF) határfrekvenciája összemérhető, mely a korrelált multifraktális komponens neurális eredetét valószínűsíti. Az általunk vizsgált fMRI-voxelekben a skálázási függvények keresztiskálája bejárja a teljes vizsgált skálázási tartományt. A keresztiskálák területi eloszlási mintázatot mutatnak. Ezen megfigyelés alapján, a széles körben elterjedt neuronális konnektivitási analízis egyik alkalmazási feltétele – tisztán neuronális jel vizsgálata – nem teljesül. Az idegi eredetűnek tartott jelkomponens által dominált skálákat egy rögzített határfrekvencia alkalmazásával elkülöníteni nem lehet. Így a neurális eredetűnek tartott multifraktál és az ismeretlen eredetű multifraktális zaj keresztkorrelációja nem kizárható, mely a konnektivitási analízis hibás eredményéhez vezethet.

Az EEG-mintajelünk esetén a keresztiskála δ - és θ -sávok határára esett. Ez a θ -ritmustól független δ -ritmusra utal, ami a szakirodalomból már ismert jelenség.



A multifraktális analízis átfogó stratégiája

5. KÖVETKEZTETÉSEK

5.1. Elméleti tézisek

- (1) A Bienaymé-formula alapján, különböző fraktalitású jelek szuperpozíciója esetén (azok korrelálatlanságát feltételezve) a komponensek jelszintű összegének skálázási függvénye megegyezik a komponensek skálázási függvényei négyzetösszegének négyzetgyökével:

$$S \left[\sum_{c=1}^{N_c} {}^c X_i \right] (q, s) = \sqrt{\sum_{c=1}^{N_c} S[{}^c X_i](q, s)^2}.$$

- (2) A skálázási függvények Bienaymé-formula-alapú összegzése alkalmas a multifraktális fázisátalakulás modellezésére.
- (3) Keresztkorrelációs együttható fraktális módszertani alapon is számolható a skálázási függvényekből, a skála függvényében:

$$r[{}^n X_i, {}^f X_i](2, s) = \frac{S[{}^n X_i + {}^f X_i](2, s)^2 - S[{}^n X_i](2, s)^2 - S[{}^f X_i](2, s)^2}{2 \times S[{}^n X_i](2, s) \times S[{}^f X_i](2, s)}.$$

5.2. Módszertani tézisek

- (4) MF-SSC-módszer megalkotása és validálása: a szórásból számolt skálázási függvény segítségével a monofraktális SSC-módszer (megtartott osztályozással) multifraktális algoritmussá alakítható, mely pontosságában nem marad el a széles körben alkalmazott MF-DFA-módszertől. A szórás konverziós egyenlete:

$$S[X_i](q, s) = \left(\frac{1}{N_v} \sum_{v=1}^{N_v} \mu(v, s)^q \right)^{1/q} = \left(\frac{1}{N_v} \sum_{v=1}^{N_v} \sigma(v, s)^q \right)^{1/q}.$$

- (5) FMF-SSC-módszer megalkotása és validálása: a regressziós analízisbe beépített momentumfüggetlen határérték, a fókusz, segítségével biztosítva a $H(q)$ -monotonitást módszerünk nem vezet törött szingularitási spektrumhoz, szemben a hagyományos módszerekkel (pl. MF-DFA). Az alkalmazott legkisebb négyzetek módszere:

$$SSE = \sum_{q=q_{\min}}^{q_{\max}} \sum_{s=s_{\min}}^{s_{\max}} \left((\log s - \log N) \times \hat{H}[X_i](q) + \log \hat{S}[X_i](N) - \log S[X_i](q, s) \right)^2.$$

- (6) A szegmentált egyenesek módszerének momentumonkénti alkalmazásával, és a töréspontok által elválasztott (momentumonként változó) skálázási tartományok FMF-SSC-módszerrel történő illesztésével megalkottuk és validáltuk a multimodalitást ténylegesen multifraktálisan kezelő qSRA-FMF-SSC-módszert.
- (7) SFD-FMF-SSC-módszer megalkotása és validálása: a Bienaymé-formula alapján (feltételezve a multimodális jel additív felépülését) az empirikus skálázási függvényt iterált egzakt skálázási függvények összegével illeszthetjük, a legkisebb négyzetek módszerével becslve a komponensek skálafüggő és skálafüggetlen paramétereit.
- (8) Az additív jelszintézis, azaz fraktálok szuperpozíciójának esete a qSRA- és a SFD-módszerek párhuzamos alkalmazásával MSE-alapon elkülöníthető.

5.3. Élettani tézisek

- (9) A vizsgált EEG-, NIRS- és fMRI-BOLD-jelek egy a magas frekvenciákat uraló multifraktális zaj (fehér zaj) és egy az alacsony frekvenciákat uraló korreláltabb multifraktál összegének (nem pedig egy átviteli függvény lenyomatának) bizonyultak.
- (10) Az EEG időbeli struktúrája (δ - és θ -sávok határán azonosított keresztskála alapján) egy a θ -ritmustól független, δ -ritmust feltételez.
- (11) A hemodinamikai jelek (NIRS és fMRI-BOLD) keresztskalája megfelel a konnektivitási analízisben alkalmazott, alacsony frekvenciás fluktuáció (LFF) határfrekvenciájának, így a korrelált multifraktális komponens neurális eredete valószínűsíthető.
- (12) Az fMRI-voxelek skálázási függvényeinek keresztskalája széles skálatartományt jár be, mely megkérdőjelezi az irodalomban alkalmazott, rögzített határfrekvenciához kötött konnektivitási analízis megbízhatóságát.

6. SAJÁT PUBLIKÁCIÓK JEGYZÉKE

6.1. Az értekezés témájához közvetlenül kapcsolódó saját közlemények:

- (1) **Nagy Z**, Mukli P, Herman P, Eke A. (2017) Decomposing Multifractal Crossovers. *Front. Physiol.*, 8:533. 1-19. IF: 4,134
- (2) Mukli P**, **Nagy Z****, Eke A. (2015) Multifractal formalism by enforcing the universal behavior of scaling functions. *Physica A*, 417: 150-167. IF: 1,785

** Megosztott első szerzők

6.2. Az értekezés témájához közvetve kapcsolódó saját közlemények:

- (3) Racz FS, Mukli P, **Nagy Z**, Eke A. (2018) Multifractal dynamics of resting-state functional connectivity in the prefrontal cortex. *Physiol. Meas.*, 39:2, DOI: 10.1088/1361-6579/aaa916. IF: 2,058
- (4) Racz FS, Mukli P, **Nagy Z**, Eke A. (2017) Increased prefrontal cortex connectivity during cognitive challenge assessed by fNIRS imaging. *Biomed. Opt. Express*, 8:8. 3842–3855. IF: 3,337
- (5) Hartmann A, Mukli P, **Nagy Z**, Kocsis L, Hermán P, Eke A. (2013) Real-time fractal signal processing in the time domain. *Physica A*, 392:1. 89-102. IF: 1,722
- (6) Eke A, Herman P, Sanganahalli BG, Hyder F, Mukli P, **Nagy Z**. (2012) Pitfalls in fractal time series analysis: fMRI BOLD as an exemplary case. *Front. Physiol.*, 3:417 1-24.