SEMMELWEIS EGYETEM
EGÉSZSÉGÜGYI MENEDZSERKÉPZŐ KÖZPONT

Döntéselmélet, döntéshozatal lehetséges útjai

AOK - Rezidens képzés

Király Gyula

Az operációkutatás rövid története

Mérföldkövek

- II. világháború alatt a stratégiai és taktikai katonai műveletek (operációk) tudományos kutatásai
- Ellátási (logisztikai) problémák megoldásának az ipar és szolgáltatás területére alkalmazása
- Először UK és USA üzleti tanácsadói használták
- Lineáris programozás George Dantzig (1947)
- Számítógépek megjelenésével ugrásszerű növekedés
- Az **Operációkutatás** a vezetői képzésben <u>általánossá</u> vált

Az operációkutatás fogalma

DÖNTÉS = Választás alternatívák között.

ALTERNATÍVA = Lehetőség, valaminek a megvalósulását megelőző állapot. (legalább 2 lehetőség)

A döntés objektív kényszer, melynek tünete a <u>probléma</u> és forrása a célok és az adottságok között fennálló <u>ellentmondás</u>.

DÖNTÉS-ELŐKÉSZÍTÉS = A döntési folyamat feltáró, elemző és modellalkotó része.

ELEMZÉS → Közelítésmód + Módszerek tárháza

Döntési módszertan

A döntés mindig **JÖVŐORIENTÁLT** irányultságot fejt ki a jelenben.

Döntés ismérvei: ⇒ az akarat hangsúlyozottsága

⇒ a döntéshozók tudata

A döntés hatékonysága érdekében megfelelően szervezett **hatalmat** és megalapozott vezetői **tudást** feltételez.

Döntési állapot feltétele: ⇒ CÉL (mit akarunk elérni)

⇒ HELYZET (mi a jelen állapot)

Döntési korlátok

Célkorlát:	csak a szignifikáns célokat tudjuk kezelni
Erőforráskorlát:	információ + idő + pénz + problémagazda
Kompetenciakorlát:	ki dönt? (akinek kellene?)
Szervezeti korlát:	kinek a számára döntünk?

Módszertani korlát

- *Észlelési korlát (döntési helyzet)*
- *Felismerési korlát (döntési problémák)*
- *Méréskorlát (alapadatok megbízhatósága)*
- *Megkülönböztetési korlát (alternatívák)*
- *Kommunikáció korlát (dokumentálás)*

Döntési folyamat

HELYZETELEMZÉS

CÉLRENDSZER KIALAKÍTÁSA

KÖVETELMÉNYEK

KÍVÁNALMAK

MEGOLDÁSI ALTERNATÍVÁK KERESÉSE

ZÁRT MATEMATIKAI KIFEJEZÉS

TÉTELESEN FELSOROLT LEHETŐSÉGEK

DÖNTÉS

Adatok és statisztikai alapfogalmak

- **Adatok** = Változók

  Minőségi ⇔ Mennyiségi illetve Diszkrét ⇔ Folytonos

- **Osztály** = Adatcsoportosítás egysége (5-20)

  $k \cong \sqrt{n}$, ha n < 100 és $k \cong 2.5\sqrt[4]{n}$, ha n >100

- Osztály **intervallum** hossza : $c \cong \dfrac{X_{max} - X_{min}}{k}$
- **Medián:** nagyság szerint rendezett adatsor „középső" értéke
- **Kvartilis** (negyedelő érték): $\mathbf{X_{min}, Q_1, Me, Q_3, X_{max}}$
- **Módusz:** adatsor leggyakrabban előforduló értéke: $\mathbf{Mo = X_{f_{max}}}$

Mátrixok és mátrixműveletek

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

A **mátrix** számok téglalap alakú elrendezése.

Egy 3x2-es mátrixnak 3 sora és 2 oszlopa van.

Általános formája az alábbi mxn-es mátrix, ahol $a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{mn}$ jelöli a mátrix elemeit.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & .. & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & .. & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & .. & a_{mn} \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Mátrixok és mátrixműveletek

Mátrixok egyenlősége : **A**=**B**, ha $a_{ij}=b_{ij}$ minden i és j esetén

Mátrixok összege : **A**+**B** = $\left\| a_{ij} + b_{ij} \right\|$

Mátrixok különbsége : **A**- **B** = $\left\| a_{ij} - b_{ij} \right\|$, azaz **A**+(-1)**B**

Mátrixok szorzása : **AB** = $\left\| \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} \right\|$, $\mathbf{A}_{mxn}$ és $\mathbf{B}_{nxr}$ ➡ $\mathbf{AB}_{mxr}$

~~Mátrixok osztása :~~ NEM ÉRTELMEZHETŐ !!!

Mátrix transzponálása : $\mathbf{A}^T = \left\| a_{ji} \right\|$

Mátrix szorzása k számmal : k**A**= $\left\| k a_{ij} \right\|$

Speciális mátrixok : egységmátrix, nullmátrix, sorvektor, oszlopvektor, nullvektor.

Mátrixok és mátrixműveletek

Szabályok:

A + B = B + A

(A + B) + C = A + (B + C)

A(B + C) = AB + AC

A(BC) = (AB)C

IA = A = AI , ahol **I** egy egységmátrix

A + 0 = A,   A - A = 0,   0A = 0 = A0

AB ≠ BA

Lineárisan összefüggő, lineárisan független vektorok

$c_1\mathbf{x_1} + c_2\mathbf{x_2} + \ldots + c_m\mathbf{x_m} = \mathbf{0}$, és $c_1, c_2, \ldots c_m$ nem mind $\mathbf{0}$

Valószínűség számítás elemei

***Valószínűség számítás*:** *véletlen tömegjelenségek törvényszerűségeinek matematikai vizsgálata.*

Pl.: vércsoport H:={0, A, B, AB}, azaz 4 elemi esemény

Műveletek eseményekkel:

Események összege (egyesítése):	$A \cup B$
Események szorzata (közös része):	$A \cap B$
Egymást kizáró események:	$A \cap B = 0$
Események komplementere:	$A \cup \overline{A} = H$ eseménytér

Lineáris egyenletrendszer

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad Ax = b$$

, ahol $$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & .. & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & .. & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & .. & a_{mn} \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Vektorok egy halmazának **RANGJA** a halmazból választható lineárisan független vektorok maximális száma.

Klasszikus leszámlálási problémák

PERMUTÁCIÓK

- n elem összes lehetséges sorrendje : n (ismétlés nélküli) **permutációi.** Ezek száma: n!
- k_1 darab első típusú elem, k_2 darab második típusú elem, …. k_n darab n-dik típusú elem lehetséges sorbaállításai a $k_1+k_2+\ldots+k_n$ elem **ismétléses permutációi**. Ezek száma:

$$\frac{(k_1+k_2+\ldots+k_n)!}{k_1!\cdot k_2!\cdot\ldots\cdot k_n!}$$

Klasszikus leszámlálási problémák

VARIÁCIÓK

\# n elemből az összes lehetséges sorrendben k darab különböző kiválasztása: az n elem k-adosztályú (ismétlés nélküli) variációi.

Ezek száma: $n(n-1)(n-2)\cdot.....\cdot(n-k+1)=\dfrac{n!}{(n-k)!}$

(a permutáció a variáció egy speciális esete, ha k=n)

\# n elemből képezhető k tagú sorozatok (egy-egy elem többször is szerepelhet): az n elem k-adosztályú ismétléses variációi.

Ezek száma: n^k

Klasszikus leszámlálási problémák

KOMBINÁCIÓK

\# Egy n elemű halmaz k elemű részhalmazai: az n elem

k-adosztályú (ismétlés nélküli) kombinációi.

Ezek számát jelöljük : $\binom{n}{k}$ -val. Azaz $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)}{k!}$

$\binom{n}{k}$ -t binomiális együtthatónak nevezzük.

\# n elemből k kiválasztása, ha a sorrend nem számít, de az elemek többször is szerepelhetnek: n elem k-adosztályú ismétléses kombinációi.

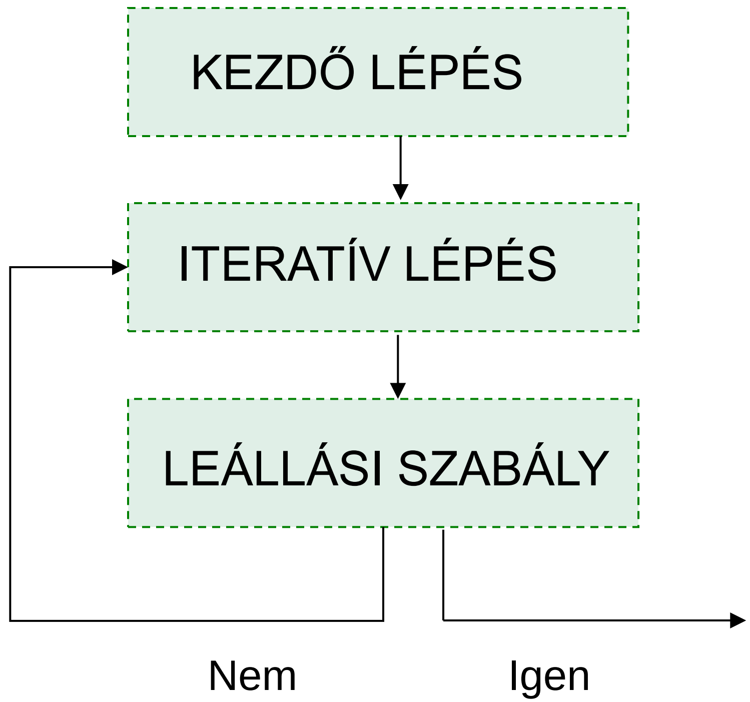
Számuk: $\binom{n+k-1}{k}$

Lineáris egyenletrendszerek megoldása

- # Lineáris egyenletrendszer felállítása
- # Megoldás grafikus (geometriai) módszerrel
- # Megoldás keresése Gauss féle kiküszöbölési eljárás segítségével
- # Megoldás szimplex módszerrel (táblázatos alakban)

Szimplex módszer lényege

Algoritmus (iteratív megoldási eljárás) használata



(Algebrai/Geometriai)

Szállítási, disztribúciós feladatok

Forrás:

Feladóhely, vagy telephely, ahonnan az igényeket ki lehet elégíteni. A forrás lehet raktár, vagy gyártó vállalat.

Igény:

Megrendelő, vagy felhasználó, akinek a tevékenységéhez vagy működéséhez szükséges anyagoknak vagy termékeknek, meghatározott mennyiségben rendelkezésre kell állni.

Ellenállás tényezők:

A szállítási költségek a forrás és igény helyszínek között. Lehet a költséget helyettesíteni távolsággal.

Szállítási, disztribúciós feladatok

Zárt feladat:

Az a feladat, ahol a forrásoknál rendelkezésre álló kapacitás és az igény oldalon felmerülő szükséglet megegyezik.

Fiktív nyelő:

Nyitott feladat zárttá tételéhez szükséges fiktív igény, amelynek "kielégítésére" formálisan kerül sor, ugyanis az adott forrás és a fiktív nyelő közötti szállításra allokált "termék" a forrásban marad, mivel az ellenállás tényezőt az adott forrás és a fiktív nyelő között zérus értékűnek vesszük fel.

Fiktív forrás:

Nyitott feladat zárttá tételéhez szükséges fiktív feladóhely, amelynek kapacitását optimalizáláson kívüli külső kapacitásként biztosítjuk, az ellenállás tényezőt az adott forrás és minden nyelő között zérusnak tekintjük.

Szállítási feladat matematikai modellje

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow Költség_{\min}$$

X_{ij} = i-edik tároló helyről a j-edik felvevőhelyre szállítandó egységek mennyisége

C_{ij}= egységnyi árú szállítási költsége az i-edik tároló helyről a j-edik felvevőhelyre

m = tároló helyek száma

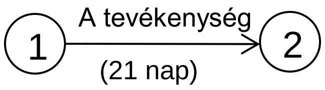
n = felvevőhelyek száma

Szállítási feladatok megoldási módszerei

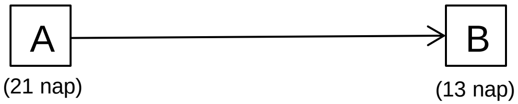
- # **Észak-Nyugati sarok módszer**
- # Vogel féle approximációs módszer
- # Russell féle approximációs módszer
- # **Dantzig módszer**
- # Optimum kereső eljárás

Hálózattervezés, maximális áramlat

- # PERT, CPM, MPM módszerek
- # Hálózat ábrázolás:
  - ➢ tevékenységorientált



  - ➢ eseményorientált



- # Hurokmentes, irányított, egybefüggő gráf
- # Időtervezés, kritikus út számítás, (látszólagos tevékenység, tartalékidő, stb.)

Tömeg kiszolgálási rendszerek

A / B / s / N / m / X

A : érkezési időközök eloszlás függvénye
B: kiszolgálási idők eloszlás függvénye
s: kiszolgálási csatornák száma
N: megengedett várakozási sor maximális hossza [∞]
m: igények maximális száma [∞]
X: következő igény kiválasztás rendje [FIFO]

eloszlás függvények: *M (exponenciális),*
E_r (r-edrendű Erlang),
H_r (r-edrendű hiperexponenciális),
D (determinisztikus – konstans)
G (általános – semmit sem tudunk róla)

Tömeg kiszolgálási rendszerek

Igénykeletkezés:

✓ jellemzői:	azonos – különböző
✓ érkezés:	egyenkénti – csoportos
✓ időköz:	determinisztikus – sztochasztikus
✓ intenzitás:	sorhossztól függő - független

Várakozás:

✓ sor hossza:	korlátozott – tetszőleges
✓ viselkedés:	türelmes - türelmetlen

Kiszolgálás:

✓ rendje:	FIFO, LIFO, véletlen, prioritással
✓ csatorna száma:	egy – több
✓ módja:	egyfázisú – többfázisú
✓ cs.fajta:	azonos – különböző
✓ cs.megbízhat.:	abszolút – zavarok előfordulhatnak
✓ cs.megválaszt.:	szabaddá válás, véletlen, teljesítmény szerint

Felhasznált források

Hillier, Lieberman: Bevezetés az Operációkutatásba, LSI oktató központ, Budapest 1994.

Tóth I. (szerk.): Operációkutatás I. (Matematika üzemgazdászoknak), Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest 1999.

Csernyák L. (szerk.): Operációkutatás II. (Matematika üzemgazdászoknak). Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999

Gács P, Lovász L (1991): Algoritmusok. Tankönyvkiadó, Budapest
Hirkó B. - Jámbor A. - Nagy Z. - Raffai M. - Varga Z.: Döntés előkészítés - Módszertan: Operációkutatási módszerek. Novadat Kiadó, Budapest, 2000

Jordán T.-Recski A.-Szeszlér D.: Rendszeroptimalizálás, Typotex Kiadó, Budapest, 2004

B.Kröpfl-W.Peschek-E.Schneider-A.Schönlieb: Alkalmazott statisztika, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2000

Vége a harmadik előadásnak!